수열 재활용

풀이

일단 $B^{i,0}, B^{i,1}, ..., B^{i,M-1}$은 모두 다르다.

i가 다른 수열들에 대해 뭔가를 따져보자. 수열 $\bar{B}^{i,j}$를 다음과 같이 정의해보자.

$$\begin{aligned} &\bar{B}^{i,j}_k \\ &= (B^{i,j}_k - B^{i,0}_0) \bmod M \\ &= (B^{i,j}_k - A_i) \bmod M \\ &= B^{i,j-B^{i,0}_0 \bmod M}_k \end{aligned}$$

다르게 말하면, 수열의 배열 $(B^{i,0}, B^{i,1}, \ldots)$을 적당히 시프트해서 맨 앞 수열의 맨 앞 원소는 0, 그 다음 원소의 맨 앞 원소는 1, ... 이런 식으로 정렬한 것이다.

이러면 $\{B^{i_1,0}, B^{i_1,1}, \ldots\}$과 $\{B^{i_2,0}, B^{i_2,1}, \ldots\}$ 사이에 같은 원소가 존재하는지는 단순히 $\bar{B}^{i_1,0}$과 $\bar{B}^{i_2,0}$이 같은지 여부에 따라 결정된다. 두 수열이 같다면 두 집합은 일대일 대응을 이루고, 다르다면 서로 겹치는 원소가 없다.

한편, $\bar{B}^{i_1,0}$과 $\bar{B}^{i_2,0}$이 같은지는 다음과 같이 정의되는 길이 $|B|-1$인 수열 ΔB^{i_1}과 ΔB^{i_2}가 같은지와 동치이다.

$$\begin{aligned} &(\Delta B^i)_k \\ &= (B^{i,j}_{k+1} - B^{i,j}_k) \bmod M \quad (\text{for any } j) \\ &(A_{i+k+1} - A_{i+k}) \bmod M \end{aligned}$$

이제 $\Delta A_i = A_{(i+1)\ MOD\ M} - A_{i\ MOD\ M}$으로 정의하면, $(\Delta A_{i_1}, \Delta A_{i_1+1}, ..., \Delta A_{i_1+|B|-2})$와 $(\Delta A_{i_2}, \Delta A_{i_2+1}, ..., \Delta A_{i_2+|B|-2})$가 같은지 여부에 따라 $\bar{B}^{i_1,0}$과 $\bar{B}^{i_2,0}$이 같은지 판단할 수 있다. ΔA_i를 $i=0$부터 $2|A|-1$까지 $2|A|$개 항을 미리 계산해두자.

이제 가능한 모든 i에 대해 ΔB^i를 해시로 나타낼 것이다. 다음과 같은 흔한 라빈-카프 해시 함수 h를 사용하자.

$$\begin{aligned} &h(\Delta B^i) \\ &= \sum_{k=0}^{|B|-2} (\Delta B^i)_k \cdot p^k \bmod MOD_h \\ &= \sum_{k=0}^{|B|-2} \Delta A_{i+k} \cdot p^k \bmod MOD_h \end{aligned}$$

p와 MOD_h는 적당히 큰 소수로 정해주면 된다. 롤링 해시를 이용하면 $i = 0, 1, ..., |A|-1$에 대해 $h(\Delta B^i)$를 $O(|A|+|B|)$의 시간에 구할 수 있다. 해시 충돌을 좀 더 확실하게 피하려면 h를 여러 개 정의하고, 각 해시의 결과를 모두 비교해보면 된다.

이제 ΔB^i들의 해시를 구했으면, 각 해시 값이 몇 번씩 있는지 세어보고 이를 {해시값, 등장 횟수} 형태로 `std::map cnt` 또는 기타 맵 형태의 자료구조에 저장한다. 이를 이용해 B^{i_1,j_1}과 B^{i_2,j_2}가 같은 경우의 수를 구할 수 있다.

```
long long occur = 0;
long long MOD = 1e9 + 7;

for (auto& [hash, c]: cnt) {
    occur += M * c % MOD * c % MOD;
    occur %= MOD;
}
```

모든 경우의 수는 $|A|^2 \cdot M^2$이다. 이 값으로 위에서 구한 occur을 나누면 원하는 확률이 나온다.

시간 복잡도는 $O(|A| + |B|)$이다.

참고로 제한에 걸리기 직전 수준의 큰 데이터를 랜덤으로 만들면, 매우 높은 확률로 모든 ΔB^i가 서로 다르다. 데이터를 좀 신경써서 만들 필요가 있다.